**一、使用间接展开法将下列函数展开成幂级数**

**1．**

**解：由，令得**

**。**

**2. **

**解：由，令得**

**。**

**3. **

**解：由，及令得**

**。**

**4. **

**解：**

****

**时，均为收敛的交错级数。**

**5. **

**解：由及，令得**

****

**6. **

**解：**

**7. **

**解：**

**而**

****

**故**

**。**

**8. **

**解：由，得**

****

****

**9. **

**解：**

**。**

**10. **

**解：由**

**及**

**。**

**二、在指定点处将下列函数展开成幂级数**

**1. **

**解：由及**

**，令得**

**。**

**2. **

**解：。**

**3. 在处**

**解：**

****

**故**

****

**4. 在处**

**解：由**

****

**及**

****

****

**三、求函数在处的阶导数**

**解：**

****

**。**

**四. 下列周期函数*f*(*x*)的周期为2*π*, 试将*f*(*x*)展开成傅里叶级数, 如果*f*(*x*)在[−*π*, *π*)上的表达式为:**

**(1)*f*(*x*)=3*x*2+1(−*π*≤*x*<*π*);**

**解 因为**

**,**

****

** (*n*=1, 2, ⋅ ⋅ ⋅),**

****

** (*n*=1, 2, ⋅ ⋅ ⋅),**

**所以*f*(*x*)的傅里叶级数展开式为**

**.**

**(2)*f*(*x*)=*e*2*x*(−*π*≤*x*<*π*);**

**解 因为**

**,**

****

** (*n*=1, 2, ⋅ ⋅ ⋅),**

****

** (*n*=1, 2, ⋅ ⋅ ⋅),**

**所以*f*(*x*)的傅里叶级数展开式为**

****

**(*x*≠(2*n*+1)*π*, *n*=0, ±1, ±2, ⋅ ⋅ ⋅).**

**(3)(*a*, *b*为常数, 且*a*>*b*>0).**

**解 因为**

**,**

****

**(*n*=1, 2, ⋅ ⋅ ⋅),**

****

**(*n*=1, 2, ⋅ ⋅ ⋅),**

**所以*f*(*x*)的傅里叶级数展开式为**

****

**(*x*≠(2*n*+1)*π*, *n*=0, ±1, ±2, ⋅ ⋅ ⋅).**

**(4)(−*π*≤*x*≤*π*)**

**解 因为为偶函数, 故*bn*=0(*n*=1, 2, ⋅ ⋅ ⋅), 而**

****

****

**(*n*=1, 2, ⋅ ⋅ ⋅).**

**由于在[−*π*, *π*]上连续, 所以**

**(−*π*≤*x*≤*π*).**

**五. (1)将函数(0≤*x*≤*π*)展开成正弦级数.**

**解 作奇延拓得*F*(*x*):**

**,**

**再周期延拓*F*(*x*)到(−∞, +∞), 则当*x*∈(0, *π*]时*F*(*x*)=*f*(*x*), .**

**因为*an*=0(*n*=0, 1, 2, ⋅ ⋅ ⋅), 而**

** (*n*=1, 2, ⋅ ⋅ ⋅),**

**故 (0<*x*≤*π*),**

**级数在*x*=0处收敛于0.**

**(2)将函数*f*(*x*)=2*x*2(0≤*x*≤*π*)分另别展开成正弦级数和余弦级数.**

**解 对*f*(*x*)作奇延拓, 则*an*=0(*n*=0, 1, 2, ⋅ ⋅ ⋅), 而**

**(*n*=1, 2, ⋅ ⋅ ⋅),**

**故正弦级数为**

**(0≤*x*<*π*),**

**级数在*x*=0处收敛于0.**

**对*f*(*x*)作偶延拓, 则*bn*=0(*n*=1, 2, ⋅ ⋅ ⋅), 而**

**,**

** (*n*=1, 2, ⋅ ⋅ ⋅),**

**故余弦级数为 (0≤*x*≤*π*).**